

MODELLI PER SISTEMI SEMPLICI

Introduzione. Si definisce *sistema semplice* un sistema produttivo nel quale il prodotto viene realizzato in un'unica fase. Dal punto di vista gestionale, i sistemi semplici possono essere schematizzati come una macchina singola o come un sistema di macchine parallele, nel quale i prodotti possono essere indifferentemente lavorati su una sola macchina di un gruppo assegnato.

Diverse realtà, anche complesse, si possono ricondurre a queste schematizzazioni: per esempio, nelle produzioni in linea l'impianto può essere trattato come un tutt'uno e può quindi essere schematizzato come una macchina singola. In altri casi, all'interno del sistema produttivo esiste una fase "critica" (generalmente per quanto riguarda la capacità produttiva), che costituisce la fase di riferimento per la programmazione della produzione, poiché le altre fasi possono facilmente adattarsi al programma elaborato per essa. Sono anche abbastanza frequenti i casi in cui è possibile schematizzare il sistema come insieme di macchine parallele (es. un gruppo di telai). Inoltre, i modelli per sistemi semplici sono molto utili poiché possono fornire validi spunti per affinamenti e applicazioni a casi più complessi. In presenza di una macchina singola, la programmazione operativa si riduce al sequenziamento dei lotti (*job*). Nel caso delle macchine parallele, la programmazione comporta sia l'allocazione dei lotti alle macchine sia il loro sequenziamento su ciascuna di esse.

Macchina singola - Minimizzazione del tempo complessivo di setup. Questo problema, nel caso di tempi di *setup* (attrezzaggio) dipendenti dalla sequenza, può essere risolto mediante l'*euristico di Karg e Thompson*, illustrato in seguito. • Step 1: selezionare casualmente due lotti. • Step 2: selezionare un nuovo lotto e provare a disporlo in ciascuna posizione della sequenza corrente, calcolando il corrispondente tempo di *setup*. • Step 3: allocare il nuovo lotto nella posizione che garantisce il minimo tempo di *setup* e tornare al punto 2 finché i lotti sono esauriti. Il risultato ottenuto dipende dalla scelta della coppia iniziale di lotti e dall'ordine di inserimento degli altri lotti. Per migliorare il risultato si può ripetere l'algoritmo diverse volte, ogni volta iniziando con una coppia di lotti diversa.

Macchina singola - Minimizzazione del numero di lotti in ritardo. Nel caso di tempi di *setup* indipendenti dalla sequenza, questo problema può essere risolto mediante il seguente *algoritmo di Hodgson* (vedi esempio in tabella A).

Sia E l'insieme dei lotti non in ritardo e L l'insieme dei lotti in ritardo. • Step 1: creare l'insieme E^* costituito da una sequenza con i lotti in ordine di data di consegna crescente e porre $L^* = \{ \}$. • Step 2: se in E^* non ci sono lotti in ritardo, porre $E = E^*$ e $L = L^*$, stop. Altrimenti identificare il primo lotto in ritardo nella sequenza E^* (lotto k). • Step 3: identificare il lotto avente il tempo di lavorazione più lungo tra i primi k lotti della sequenza E^* , rimuoverlo da E^* e metterlo in L^* . Ritornare allo step 2. I lotti in L possono essere sequenziati in qualsiasi ordine.

Macchine parallele - Minimizzazione del makespan. Per la minimizzazione del *makespan* (tempo di completamento di un insieme di lotti) in un sistema di macchine parallele, con tempi di *setup* indipendenti dalla sequenza, è possibile utilizzare il modello di programmazione lineare illustrato in tabella B o, in alternativa, il seguente metodo euristico. • Step 1: ordinare i lotti in ordine di tempo di lavorazione decrescente. • Step 2: programmare i lotti nell'ordine trovato allo step 1, allocandoli di volta in volta alla macchina con il minor carico di lavoro già assegnato. Il risultato così ottenuto tende al valore ottimo al crescere del numero di lotti considerato.

A Algoritmo di Hodgson

1) Dati

Job _j	t _j	d _j
1	1	2
2	5	7
3	3	8
4	9	13
5	7	11

2) Esempio

Iterazione	Step	Lotti non in ritardo	Lotti in ritardo
1	1. Inizializzazione	$E^* = \{1\ 2\ 3\ 5\ 4\}$	$L^* = \{ \}$
	2. Il job 3 e' il primo job in ritardo		
	3. Il job 2 viene rimosso da E^* ed inserito in L^*	$E^* = \{1\ 3\ 5\ 4\}$	$L^* = \{2\}$
2	2. Il job 4 e' il primo job in ritardo		
	3. Il job 4 viene rimosso da E^* ed inserito in L^*	$E^* = \{1\ 3\ 5\}$	$L^* = \{2\ 4\}$
3	2. In E^* non ci sono job in ritardo	$E = \{1\ 3\ 5\}$	$L = \{2\ 4\}$

B Modello per la minimizzazione del makespan in un sistema di macchine parallele

FUNZIONE OBIETTIVO: minimizzazione del makespan	$y = \min$
VINCOLI DI TIPO 1: ogni lotto deve essere assegnato a una e una sola macchina	$\sum_{i=1}^M x_{ji} = 1 \quad 1 \leq j \leq N$
VINCOLI DI TIPO 2: il makespan e' (per definizione) maggiore o uguale al carico di lavoro assegnato alle varie macchine (in particolare, e' uguale al carico di lavoro della macchina "collo di bottiglia")	$y - \sum_{j=1}^N t_j x_{ji} \geq 0 \quad 1 \leq i \leq M$

 y = makespan x_{ji} = variabile booleana ($x_{ji} = 1$ se il lotto j e' assegnato alla macchina i ; $x_{ji} = 0$ in caso contrario) t_j = tempo di lavorazione del lotto j (uguale per tutte le macchine) N = numero di lotti da programmare M = numero di macchine del sistema